

126

B

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



126B

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه  
۱۳۹۴/۱۲/۱۴



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمکز) – سال ۱۳۹۵

### علوم ریاضی (کد ۲۲۰۶)

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

#### عنوان دروس اختصاصی، تعداد و شماره سوال‌ها

ردیف	مبانی آنالیز عددی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز ریاضی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	ماتریس‌ها و جبر خطی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکلیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ... ) پس از برگزاری آزمون، برای تعابی اشخاص حلبانی و حلقوی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برای مقررات رفتار می‌شود.

مبانی آنالیز ریاضی:

-۱ فرض کنید  $f: A \times B \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

$$\sup_y \inf_x f(x, y) \leq \inf_y \sup_x f(x, y) \quad (1)$$

$$\sup_y \inf_x f(x, y) \leq \inf_x \sup_y f(x, y) \quad (2)$$

$$\sup_y \inf_x f(x, y) \geq \inf_x \sup_y f(x, y) \quad (3)$$

$$\sup_x \inf_y f(x, y) \leq \inf_x \sup_y f(x, y) \quad (4)$$

-۲ مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{\pi}(\pi\sqrt{n^2 + n})$  کدام است؟

-۱ (۱)

۰ (۲)

۱ (۳)

(۴) موجود نیست.

-۳ مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{\cos 1} \times \frac{1}{\cos \frac{1}{2}} \times \dots \times \frac{1}{\cos \frac{1}{n}}}$  کدام است؟

۰ (۱)

 $\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۳)

 $\infty$  (۴)

-۴ اگر  $x_n = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$ ,  $n=1, 2, \dots$  کدام گزینه درست است؟

و اگر است.  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  ولی  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$  (۱)

و اگر است.  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  لذا  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq 0$  (۲)

به مقدار کمتر یا مساوی  $e$  همگراست.  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  و  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$  (۳)

به مقدار بیشتر از  $e$  همگراست.  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  و  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$  (۴)

-۵ سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos n)(\sin(na))}{n}$  به ازای چه مقادیر  $a$  همگراست؟

(۱) فقط وقتی که  $|a| \leq 1$ .

(۲) فقط وقتی که  $a$  مضربی صحیح از  $\frac{\pi}{2}$  باشد.

(۳) فقط وقتی که  $a$  اصم یا صفر باشد.

(۴) تمام مقادیر  $a \in \mathbb{R}$ .

-۶ فرض کنید  $f(x) = bf(x)$  بر بازه  $[0, 1]$  کران دار باشد و برای  $\frac{1}{a} \leq x \leq 1$  که  $a, b > 0$  در رابطه  $f(ax) = bf(x)$  درست است؟

صدق کند. کدام گزینه در مورد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  درست است؟

(۱) حد موجود و برابر  $\frac{b}{a}$  است.

(۲) حد موجود و برابر  $f(0)$  است.

(۳) حد موجود و برابر  $\frac{a}{b}$  است.

(۴) ممکن است حد موجود نباشد.

-۷ در مورد تابع  $f(x) = [x] + (x - [x])^{[x]}$  کدام گزینه درست است؟  $x \in (0, +\infty)$

(۱) تابع  $f$  بر  $(0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.

(۲)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - [x]) = 0$  (۲)

(۳) تابع  $f$  بر  $(0, +\infty)$  پیوسته یکنواخت است.

(۴) تابع  $f$  بر  $(0, +\infty)$  پیوسته است ولی پیوسته یکنواخت نیست.

-۸ فرض کنید  $I$  یک بازه و  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ . کدام گزینه نتیجه می‌دهد؟  $f$  پیوسته یکنواخت است.

(۱)  $f$  کران‌دار، پیوسته و یکنواخت است.

(۲)  $f$  پیوسته و  $f \circ f$  پیوسته یکنواخت است.

(۳)  $f$  یکبه‌یک و تصویر وارون هر دنباله کوشی، کوشی است.

(۴) به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$ ، تابع  $g_n(x) = x^n f(x)$  پیوسته یکنواخت است.

-۹ فرض کنید  $I$  یک بازه کران‌دار و  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  پیوسته یکنواخت باشد، در این صورت همه گزینه‌های زیر، صحیح‌اند،

بهغیراز:

(۱)  $f(I)$  کران‌دار است.

(۲) اگر  $f$  یکبه‌یک باشد، تصویر وارون هر دنباله کوشی، کوشی است.

(۳) اگر  $f$  اکیداً یکنوا باشد دارای وارون پیوسته یکنواخت است.

(۴) چندجمله‌ای  $p$  وجود دارد که  $p \circ f$  پیوسته یکنواخت نیست.

-۱۰ فرض کنید  $D$  زیرمجموعه باز  $\mathbb{R}$ ،  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  صعودی باشد. کدام گزینه معادل پیوستگی  $f$  نیست؟

(۱) برای هر  $a \in D$   $\inf\{f(y) - f(x) : x, y \in D, x < a < y\} = 0$ .

(۲) برای هر زیرمجموعه کران‌دار  $A$  از  $D$   $\inf(f(A)) = f(\inf A)$  و  $\sup(f(A)) = f(\sup A)$  دارای وارون پیوسته باشد.

(۴) برای هر  $a \in D$ ، دنباله  $\{x_n\}$  در  $D$  وجود دارد که  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(a)$  و  $x_n < a$  نامتناهی باشد.

-۱۱ فرض کنید  $a < b$  و تابع  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته و بر بازه  $(a, b)$  مشتق‌پذیر باشد. در این صورت عددی مانند  $c$

در بازه  $(a, b)$  یافت می‌شود به‌طوری که مقدار  $\frac{bf(a) - af(b)}{b - a}$  برابر است با:

$f(c)$  (۱)

$f'(c)$  (۲)

$f(c) - cf'(c)$  (۳)

$cf'(c) - f(c)$  (۴)

-۱۲ فرض کنید  $f$  بر  $(0, \infty)$  مشتق‌پذیر باشد و  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 1$  در این صورت:

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = 1$  (۲)

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  (۳)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{h}$  ،  $h \in (0, 1)$  (۴) به ازای هر

۱۳- فرض کنید  $f$  تابعی اکیداً صعودی و دوبار مشتق پذیر بر بازه  $(0, +\infty)$  باشد و  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - f''(x))$ . کدام گزینه درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - f'(x)) = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - f'(x)) = L \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x)} = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + f'(x)) = +\infty \quad (4)$$

۱۴- فرض کنید  $f(x)$  بر  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد و برای  $n = 0, 1, 2, \dots$  قرار دهیم  $a_n = \int_0^1 f(n+x) dx$ . به طوری که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx \quad \text{کدام است؟} \quad (1)$$

$$f(a) \quad (2)$$

$$a \quad (3)$$

(4) ممکن است موجود نباشد.

۱۵- فرض کنید تابع  $g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  پیوسته باشد. اگر  $k > 1$  موجود باشد که برای هر

$$|g(x)| \leq k \int_a^x |g(t)| dt \quad \text{در این صورت همه گزینه‌های زیر صحیح‌اند، بخلاف:}$$

$$\int_a^b |g(x)| dx = k \quad \text{(1)}$$

$$\text{تابع } g \text{ بر } [a, b] \text{ مشتق پذیر است.} \quad (2)$$

$$\int_a^b g(x) dx = k(g(b) - g(a)) \quad (3)$$

$$|g(x)| = k \int_a^x |g(t)| dt, x \in [a, b] \quad (4)$$

### مبانی آنالیز عددی:

۱۶- می‌دانیم که  $x$  عددی نزدیک صفر است و  $x^p \cos x - x \sin x + \frac{1}{3} \ln(1+x^3) = O(x^p)$ . عدد  $p$  کدام است؟

$$4 \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$7 \quad (4)$$

- ۱۷ در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده در مبنای ۲، هر عدد حقیقی به صورت  $d_1 d_2 \times 2^{\pm d_3 d_4}$  با  $d_i$  ها ارقام در مبنای ۲ و  $0^\circ$  وقتی عدد مخالف صفر باشد، ذخیره می‌شود. فرض کنید در این دستگاه ارقام غیرقابل نمایش بریده می‌شوند. کوچک‌ترین عدد قابل نمایش و روند عدد یک به ترتیب برابرند با .... .

$$(1) 2^{-4} \text{ و } 2^{-5}$$

$$(2) \frac{1}{2} - 4 \text{ و } 2^{-5}$$

$$(3) 2^{-5} \text{ و } 2^{-5}$$

$$(4) \frac{1}{2} - 6 \text{ و } 2^{-5}$$

- ۱۸ برای تعیین تقریبی از کوچک‌ترین ریشه مثبت معادله  $x = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  به روش تکرار ساده، یعنی  $x_{n+1} = g(x_n)$  ، گزینه مناسب برای  $g(x)$  کدام است؟

$$(1) g(x) = \frac{\pi}{\pi} \operatorname{Arc tan} x$$

$$(2) g(x) = 2 + \frac{\pi}{\pi} \operatorname{Arc tan} x$$

$$(3) g(x) = \pi + \operatorname{Arc tan} x$$

$$(4) g(x) = -2 + \frac{\pi}{\pi} \operatorname{Arc tan} x$$

- ۱۹ تقریب تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  در بازه‌ی  $I = [16, 17]$  با قطعه‌های درون‌یاب خطی مدنظر است. بازه‌ی I دست‌کم به چند قطعه مساوی تقسیم شود تا کران بالای خطای درون‌یابی برای تخمین  $f(x)$  در سرتاسر بازه بیش از  $3 \times 2^{-3^\circ}$  نباشد؟

$$(1) 30$$

$$(2) 1000$$

$$(3) 1024$$

$$(4) 2048$$

- ۲۰ فرض کنید  $(a_1, a_2, a_3)$  سه تایی  $\frac{3x^2 + x + 1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$  کدام است؟

$$(1) \left(\frac{5}{3}, -15, \frac{31}{2}\right)$$

$$(2) \left(\frac{5}{3}, 15, \frac{31}{3}\right)$$

$$(3) \left(\frac{5}{2}, 15, \frac{31}{3}\right)$$

$$(4) \left(\frac{5}{3}, -15, \frac{31}{2}\right)$$

- ۲۱- اگر  $p(x)$  چندجمله‌ای درونیاب تابع  $f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$  در نقاط  $1, 0, 2$  از بازه  $[0, 2]$  باشد، آنگاه کران بالا برای مقدار  $|f(x) - p(x)|$  در بازه  $[0, 2]$  برابر است با .....

$$\frac{\pi^3}{72} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^3}{108} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^3 \sqrt{3}}{216} \quad (3)$$

$$\frac{\pi^3 \sqrt{3}}{72} \quad (4)$$

- ۲۲- مرتبه همگرایی (مجانبی) روش تکراری نیوتن برای تعیین مینیمم تابع  $f(x) = (x-1)^5(x^7+1)-1$  برابر است با .....

(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

(۴) چهار

- ۲۳- رابطه تکراری زیر را برای پیدا کردن مینیمم گشته تابع  $f(x)$  به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{q(x_n)}$$

فرض کنید دنباله  $\{x_n\}$  به یک نقطه  $x^*$  همگراست و می‌دانیم  $f''(x^*) > 0$ . چه رابطه‌ای بین  $f$  و  $q$  برقرار باشد تا نرخ همگرایی دست‌کم برابر با  $2$  باشد؟

$$q'(x^*) = f'(x^*) \quad (1)$$

$$q'(x^*) = f''(x^*) \quad (2)$$

$$q''(x^*) = f'(x^*) \quad (3)$$

$$q''(x^*) = f(x^*) \quad (4)$$

- ۲۴- فرض کنید  $x \in \mathbb{R}^n$  و  $A_{n \times n}$ ، ماتریسی وارون پذیر است. گزینه صحیح برای یک نرم برداری کدام است؟

$$x^t Ax \quad (1)$$

$$x^t A^t x \quad (2)$$

$$\sqrt{x^t Ax} \quad (3)$$

$$\|Ax\|_r \quad (4)$$

- ۲۵ مسئله  $\min_{\lambda} \| b\lambda - c \|_2$  را در نظر بگیرید، که در آن  $b, c \in \mathbb{R}^n$  داده شده‌اند و  $\lambda \in \mathbb{R}$  مجهول است.

مقدار مینیمم کننده  $\lambda$  ..... ۱

(۱) برابر است با صفر اگر  $b$  و  $c$  متعامد باشند

(۲) یگانه است اگر و تنها اگر  $c = 0$

(۳) برابر است با صفر اگر  $b = \alpha c$  به ازای برخی  $\alpha \in \mathbb{R}$

(۴) همواره ناچفر است

- ۲۶ فرض کنید:  $y'(x) \approx \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h} = F(h)$

می‌دانیم که  $O(h^4) \cdot F(h) - y'(x) = O(h^4)$  دارد. کدام تقریب برای  $y'(x)$  دارای خطای  $O(h^4)$  است؟

$$\frac{F(\frac{h}{2}) - F(h)}{\frac{h}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{F(\frac{h}{2}) - F(h)}{h} \quad (2)$$

$$\frac{F(\frac{h}{2}) + F(h)}{h} \quad (3)$$

$$\frac{F(\frac{h}{2}) + F(h)}{2h} \quad (4)$$

- ۲۷ می‌خواهیم تخمینی از  $\int_0^2 f(x)dx$  را با استفاده از جمع دو قاعده سیمسون ساده یکی روی بازه  $[1, 2]$  و دیگری روی بازه  $[1, 2]$  به دست آوریم. با استفاده از مقادیر در جدول زیر، مقدار این تخمین سیمسون مرکب برای انتگرال

چقدر است؟

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2
f(x)	0	1/5	2	2/5	3	4	4/5

۳/۵ (۱)

۴ (۲)

۵/۵ (۳)

۵/۷۵ (۴)

- ۲۸ می‌خواهیم قاعده زیر برای چندجمله‌ای‌های با حداقل درجه، به جای تابع  $f$ ، دقیق باشد. گزینه صحیح برای مقادیر  $a$  و  $b$  کدام است؟

$$\int_0^\pi \sin x \cdot f(x)dx = af(0) + bf'(\pi)$$

$a = b = 1$  (۱)

$a = 2, b = \pi$  (۲)

$a = 1 - \pi, b = 1 + \pi$  (۳)

$a = \pi, b = 1 - \pi$  (۴)

- ۲۹- روش انتگرال‌گیری به صورت  $\int_{\circ}^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(x) dx \approx W_1 [f(\sqrt{a}) + f(\sqrt{b})]$  مدنظر است. مقادیر  $W_1$ ,  $a$  و  $b$  چقدر

باشند تا این روش برای توابع خطی دقیق باشد؟

$$b = \frac{4}{9}, a = \circ, W_1 = 1 \quad (1)$$

$$a = b = \frac{4}{3}, W_1 = 1 \quad (2)$$

$$a = b = \frac{1}{3}, W_1 = 2 \quad (3)$$

$$b = 1, a = \circ, W_1 = 2 \quad (4)$$

- ۳۰- روش‌های تخمین انتگرال نقطه میانی، ذوزنقه‌ای و سیمsson را روی یک بازه  $[a, b]$  به ترتیب با  $T$ ,  $M$  و  $S$  نشان دهید. در این صورت،  $S$  برابر است با ..... .

$$\frac{1}{3}(T + M) \quad (1)$$

$$\frac{1}{3}(T + M) \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}T + \frac{2}{3}M \quad (3)$$

$$\frac{1}{6}T + \frac{2}{3}M \quad (4)$$

#### مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی:

- ۳۱- بعد زیر فضای تولیدشده توسط  $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$  کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۳۲- فرض کنید  $U$  و  $V$  دو زیرفضای برداری چهاربعدی متمایز از  $\mathbb{R}^5$  باشند. بعد  $U \cap V$  برابر با کدام یک از اعداد زیر است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۳۳ - کدام گزینه شرط وجود جواب برای دستگاه معادلات خطی است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 6 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$b = 2a + c$  (۱)

$b = 2a - c$  (۲)

$b = 2(c - a)$  (۳)

$b = 2(a + c)$  (۴)

- ۳۴ - اگر  $T: V \rightarrow V$  یک تبدیل خطی روی فضای برداری  $n$  بعدی  $\mathbb{F}$  روی میدان  $V$  باشد، به طوری که آنگاه برای  $\dim W = \{v \in V \mid T(v) = v\}$  چه می‌توان گفت؟

$\dim W \geq \frac{n}{2}$  (۱)

$\dim W < \frac{n}{2}$  (۲)

$\dim W = n - 1$  (۳)

$\dim W = n$  (۴)

- ۳۵ - دترمینان ماتریس مقابله کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

-۳۰ (۱)

۰ (۲)

۳۰ (۳)

-۴۸ (۴)

- ۳۶ - فرض کنید  $W$  زیر فضایی از ماتریس‌های  $n \times n$  باشد که اعضای آن متقارن هستند، و چندجمله‌ای ویژه آن‌ها به شکل  $x^n + a_{n-1}x^{n-2} + a_{n-2}x^{n-3} + \dots + a_1x + a_0$  در این صورت بعد  $W$  روی  $\mathbb{R}$  کدام است؟

$\frac{(n-1)^2}{4}$  (۱)

$\frac{n(n+2)}{4}$  (۲)

$\frac{n(n-1)}{2}$  (۳)

$\frac{(n-1)(n+2)}{2}$  (۴)

-۳۷ فرض کنید  $V = \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$  یک فضای برداری روی  $\mathbb{Z}_2$  باشد و  $W$  زیر فضایی از  $V$  است. تعریف می‌کنیم به ازای هر  $(a, b) \in V$   $aa' + bb' = 0$  و  $(a', b') \in W$ . کدام گزاره صحیح است؟

$$W \cap W' = \{0\} \quad (1)$$

$$\dim_{\mathbb{Z}_2} W + \dim_{\mathbb{Z}_2} W' = 2 \quad (2)$$

$W'$  زیر فضایی از  $V$  نمی‌باشد.  $(3)$

$W \neq W'$  از  $V$  داریم.  $(4)$

-۳۸ ماتریس  $X$  را خود توان گوییم هرگاه  $X^T = X$ . فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس حقیقی  $n \times n$  باشند به‌طوری‌که  $A + B$  خود توان هستند. آنگاه:

$$\text{tr}(AB) = 0 \quad (1)$$

$$\text{tr}(A) = \text{tr}(B) \quad (2)$$

$I + A$  خود توان است.  $(3)$

$I + A - B$  خود توان است.  $(4)$

-۳۹ فرض کنید  $V = \mathbb{R}[x]$  مجموعه چندجمله‌ای‌های با ضرایب حقیقی باشد و همچنین  $W = \left\{ f(x) \in P_{1394}(x) \mid f(2) = 0 \right\}$ . چنانچه  $P_{1394}(x) = \left\{ f(x) \in V \mid \deg f(x) \leq 1394 \right\}$

$\dim_{\mathbb{R}} W$  برابر است با:

$$1392 \quad (1)$$

$$1393 \quad (2)$$

$$1394 \quad (3)$$

$$1395 \quad (4)$$

-۴۰ فرض کنید  $U$  و  $V$  دو زیر فضای برداری غیرمشمول در همیگر از  $\mathbb{R}^n$  باشند، در این صورت همه موارد زیر صحیح‌اند، به‌غیراز:  $A\Delta B$  تفاضل متقارن دو مجموعه  $A$  و  $B$  است.

$$\langle U \cup V \rangle = U + V \quad (1)$$

$$\langle U \cap V \rangle = U \cap V \quad (2)$$

$$\langle U \Delta V \rangle = U \Delta V \quad (3)$$

$$\langle U \setminus V \rangle = U \quad (4)$$

-۴۱ فرض کنید  $\mathbb{R}^+$  مجموعه تمام اعداد حقیقی مثبت باشد. برای هر  $x, y \in \mathbb{R}^+$  تعریف کنید  $xy = x + y$  و برای هر  $r \in \mathbb{R}$  و هر  $x \in \mathbb{R}^+$  تعریف کنید  $rx = x^r$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(۱) روی  $\mathbb{R}^+$  یک فضای برداری از بعد ۱ است.

(۲) روی  $\mathbb{R}^+$  یک فضای برداری نیست.

(۳) روی  $\mathbb{R}^+$  یک فضای برداری ۲ بعدی است.

(۴) روی  $\mathbb{R}^+$  یک فضای برداری از بعد نامتناهی است.

-۴۲- اگر  $A^T = A$  و  $A \in M_n(\mathbb{C})$  در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$$\text{rank}(A) = \text{tr}(A^T) \quad (1)$$

$$(\text{tr}A)^T = (\text{tr}A^T)^T \quad (2)$$

$$(\text{tr}A^T)^T = (\text{tr}A^T)^T \quad (3)$$

$$\text{rank}(A^T) = \text{tr}(A^T) \quad (4)$$

-۴۳- فرض کنید  $A$  یک ماتریس حقیقی  $7 \times 7$  باشد و  $A^T = 5A^T - 6A$ . اگر  $\text{tr}(A) = 8$  آنگاه رتبه  $A$  برابر است با:

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

-۴۴- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $10 \times 10$  باشد که عناصر روی قطر آن ۱ است و بقیه در آیه‌های آن ۱- هستند. در این صورت مجموع در آیه‌های وارون  $A$  برابر است با:

$$\frac{-3}{2} \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$\frac{-5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{-3}{4} \quad (4)$$

-۴۵- فرض کنید  $A = \begin{pmatrix} 1394 & 1 & \sqrt{2} & -4 \\ 4 & 1395 & 9 & \sqrt{5} \\ -\sqrt{7} & 3 & 1396 & 96 \\ 13 & 97 & \sqrt{3} & 1397 \end{pmatrix}$  در این صورت داریم:

(۱)  $A$  وارون ناپذیر و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.

(۲)  $A$  وارون پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.

(۳)  $A$  وارون ناپذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.

(۴)  $A$  وارون پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.